



研究与开发

基于矩阵完备的低复杂度毫米波 大规模 MIMO 信道估计

邱佳锋

(杭州电子科技大学通信工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要: 针对毫米波大规模多入多出系统为取得可靠信道估计需要高计算复杂度的缺陷, 结合毫米波信道固有的低秩性提出一种低复杂度的毫米波波束域信道估计算法。该算法联合利用毫米波信道波束域稀疏性和天线域低秩性以更短训练间隔实现精确恢复。将信道估计看作矩阵完备问题, 利用交替方向乘法 (ADMM) 实现快速收敛, 并采用快速随机奇异值阈值法将相应计算复杂度降低一个数量级。仿真结果表明, 推荐算法在获得令人满意信道估计性能的同时依旧可以保持低复杂度。

关键词: 矩阵完备; ADMM; 信道估计; 毫米波大规模多入多出; 低复杂度

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2020051

Low-complexity massive MIMO channel estimation for mmWave systems via matrix completion

QIU Jiafeng

School of Communication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: Due to the high computational complexity of mmWave massive MIMO systems realizing reliable channel estimation, a low-complexity mmWave beamspace channel estimation algorithm was proposed utilizing the inherent low-rank of the mmWave channel. The proposed algorithm jointly exploited the channel sparsity in the beamspace domain and its low-rank property in the antenna domain to provide more accurate recovery, especially for shorter training intervals. By regarding the channel estimation as matrix completion problem, the proposed algorithm was based on the alternating direction method of multipliers with fast convergence properties and exploited fast randomized singular value thresholding to significantly reduce the corresponding complexity. The simulation result shows that the proposed algorithm can achieve satisfactory channel estimation performance while maintaining low complexity.

Key words: matrix completion, ADMM, channel estimation, mmWave massive MIMO, low complexity

收稿日期: 2019-10-21; 修回日期: 2019-12-18

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY12F01008)

Foundation Item: The Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (No.LY12F01008)



1 引言

毫米波大规模多入多出 (massive MIMO) 系统具有丰富的频谱资源, 其较高的阵列增益和很强的视距路径分量能够保证相应的波束成形具有较好性能和较低复杂度^[1]。混合波束成形在模拟域完成大部分波束成形, 仅在数字基带部分使用小维度的数字波束成形, 从而以较少数量的射频链路完成信号的波束成形^[2]。混合波束成形架构需要可靠的信道状态信息, 由于收发机配备大量的天线和信道, 具有高度易变性, 其在实际中是很难获得的^[3]。参考文献[4]采用不需要接收机反馈的波束训练技术进行波束码本设计, 其将信道状态信息估计视为压缩感知问题, 利用正交匹配追踪算法恢复稀疏信道增益向量。

然而, 上述信道估计技术性能通常受限于码本设计。参考文献[5]提出一种利用稀疏性和低秩性的两阶段估计 (two-stage estimation exploiting both sparsity and low rankness, TSSR) 的毫米波信道状态估计方案, 其每个阶段利用一个性质。参考文献[6]针对毫米波大规模多入多出信道估计利用融合稀疏性和低秩性的联合优化构想, 提出基于交替方向乘法 (alternating direction method of multipliers, ADMM)^[7]的大规模多入多出信道矩阵的有效恢复方案。

尽管基于 ADMM 的方案相较于其他方案仅需较短的训练长度即可获得更快收敛和更好的信道估计性能, 但其为实现核范数最小化仍需要执行奇异值阈值算子^[8], 对于矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$, 所需计算复杂度为 $O(N_R^2 N_T)$, 对于毫米波大规模多入多出系统, 所需计算开销是巨大的。参考文献[9]说明对于核范数最小化, 精确的奇异值分解计算是不需要的。就上述基于 ADMM 的毫米波大规模多入多出信道估计方案复杂度高的缺陷, 在上行链路时分复用模式下利用相应的波束域信道稀疏性和天线域低秩性, 提出一种基于快速随机奇异值阈值 (fast randomized SVT, FRSVT)^[10]改进的新方案, 并与传统的基于

正交匹配追踪、基于 TSSR 以及基于 ADMM 的方案进行对比。仿真结果表明, 提出方案能在使用极少训练符号的情况下, 以低计算复杂度在整个信噪比范围内取得令人满意的信道估计性能。

使用的符号定义如下: $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ 和 $\mathbf{a}$ 分别表示矩阵和矢量。 $\mathbf{A}^T$ 、 $\mathbf{A}^*$ 、 $\mathbf{A}^H$ 和 $\|\mathbf{A}\|_F$ 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的转置、共轭、共轭转置以及 F-范数; 操作符 $\circ$ 和 $\otimes$ 分别表示矩阵的哈达玛积和克罗内克积; $\text{vec}(\cdot)$ 表示将一个矩阵的列连接为一个向量, $\text{unvec}(\cdot)$ 是其逆操作; $\|\mathbf{A}\|_* = \sum_{i=1}^r \sigma_i$ 是核范数, σ_i 是矩阵 $\mathbf{A}$ 的奇异值; $\|\mathbf{A}\|_1 = \max_{1 \leq j \leq N} \sum_{i=1}^M |[\mathbf{A}]_{ij}|$, 其中, $[\mathbf{A}]_{ij}$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的第 (i, j) 项; $E\{\cdot\}$ 表示求期望运算符。 $\mathbf{A} \in \{0, 1\}^{M \times N}$ 说明 $\mathbf{A}$ 的项以相同概率独立地从二进制集 $\{0, 1\}$ 中选取。

2 系统模型

考虑一个点对点上行毫米波大规模多入多出系统, 其在发射端有 N_T 根天线, 接收端有 N_R 根天线。为实现以低硬件复杂度和能耗进行信道估计, 采用参考文献[4]的基于开关的混合波束成形架构。假设信道 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 在传输 $T (0 \leq T \leq N_R N_T)$ 个单位功率训练符号 $s[t] \in \mathbb{C}, \forall t = 1, 2, \dots, T$ 期间保持不变, 令 $\mathbf{f} \in \{0, 1\}^{N_T \times 1}$ 和 $\mathbf{z} \in \{0, 1\}^{N_T \times 1}$ 分别表示发送端预编码向量和接收端合并向量, 则在接收端的合并信号为:

$$r[t] = \mathbf{z}^H \mathbf{H} \mathbf{f} s[t] + w[t], \forall t = 1, \dots, T \quad (1)$$

其中, $w[t]$ 是零均值、方差为 σ_n^2 的复加性高斯白噪声。为了不失一般性, 在整个训练阶段令 $s[t] = 1$ 。

由于采用基于开关的混合预编码架构, 不妨假设发送端和接收端在每个时刻各自仅激活一根天线, 即预编码向量 $\mathbf{f}$ 和合并向量 $\mathbf{z}$ 均只有一个非零项。在整个训练阶段 ($\forall t = 1, \dots, T$), 收发双方同时激活的天线不同, 则总体激活天线矩阵 $\mathbf{\Omega} \in \{0, 1\}^{N_R \times N_T}$ 共有 T 个非零项, 相应的接收端总体合并矩阵可以表述为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{\Omega} \circ \mathbf{H} + \mathbf{W}^{\text{eff}} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{W}^{\text{eff}} \sim \text{CN}(0, \sigma_n^2) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 具有与 $\mathbf{\Omega}$ 相同的非零项图样, 表示总体加性高斯白噪声矩阵。

采用广泛使用的基于几何的 Saleh-Valenzuela 毫米波大规模多入多出信道模型^[11]:

$$\mathbf{H} = \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{a}_R(\phi_l) \mathbf{a}_T^H(\theta_l) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T} \quad (3)$$

其中, L 是路径数, $\alpha_l \in \text{CN}(0, 1)$ 是第 l 条路径的复增益, $\theta_l \in [0, 2\pi]$ 和 $\phi_l \in [0, 2\pi]$ 分别表示相应的水平离开角和到达角。 $\mathbf{a}_T \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ 和 $\mathbf{a}_R \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ 分别表示发送端和接收端的阵列响应向量, 假设采用均匀线性阵列, 若信号波长为 λ , 令相邻天线项的距离 $d = \lambda/2$, 则有:

$$\mathbf{a}_T(\theta_l) = [1, e^{j\pi \sin \theta_l}, \dots, e^{j(N_T-1)\pi \sin \theta_l}] / \sqrt{N_T} \in \mathbb{C}^{N_T \times 1} \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_R(\phi_l) = [1, e^{j\pi \sin \phi_l}, \dots, e^{j(N_R-1)\pi \sin \phi_l}] / \sqrt{N_R} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1} \quad (5)$$

为将信道估计问题制定为一个稀疏信号恢复问题, 采用基于参考文献[12]的波束域模型将 $\mathbf{H}$ 表述为:

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T} \quad (6)$$

其中, 对于均匀线性阵列, $\mathbf{D}_R \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$ 和 $\mathbf{D}_T \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$ 是基于归一化离散傅里叶变换的酉阵, 即有 $\mathbf{D}_R^H \mathbf{D}_R = \mathbf{I}_{N_R}$ 和 $\mathbf{D}_T^H \mathbf{D}_T = \mathbf{I}_{N_T}$, 其中 $\mathbf{I}_N$ 是 $N \times N$ 单位矩阵。由参考文献[11]可知, 在毫米波传播环境下, 起决定性作用的散射体数量是有限的。对于给定的 $\mathbf{D}_R$ 和 $\mathbf{D}_T$, 相应的波束域表示 $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 反映实际信道的所有信息与特征, 通常继承毫米波多入多出信道的稀疏特性, 仅包含少量具有高幅值的事实上的信道增益。

3 信道估计

先介绍传统的基于 ADMM 的信道估计算法的过程, 再阐述基于 FRSVT 有效降低计算复杂度的推荐算法, 最后提供复杂度分析。

3.1 基于 ADMM 的信道估计

采用参考文献[13]提出的使用边信息的矩阵完备理论, 通过有效地利用信道波束域表示 $\mathbf{S}$, 实现大规模信道矩阵 $\mathbf{H}$ 的精确恢复。假设未知的信道矩阵分解为 $\mathbf{H} = \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H$ 。在此前提下, 制定利用未知稀疏信道增益矩阵 $\mathbf{S}$ 联合恢复未知信道状态信息矩阵 $\mathbf{H}$ 和其波束域表示的约束优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{H}, \mathbf{S}} \tau_H \|\mathbf{H}\|_* + \tau_S \|\mathbf{S}\|_1, \text{ s.t. } \mathbf{\Omega} \circ \mathbf{H} = \mathbf{H}_\Omega \\ \mathbf{H} = \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{H}$ 的核范数在客观上强加其低秩性, $\mathbf{S}$ 的 l_1 范数迫使其稀疏结构。权重因子 $\tau_H, \tau_S > 0$ 依赖于毫米波信道的传播路径数。在整个训练阶段, 矩阵 $\mathbf{\Omega}$ 仅有 T 个非零项, 由于基于开关的混合预编码架构在每个时刻激活的收发天线是随机的, 故矩阵 $\mathbf{\Omega}$ 非零项以相同概率随机分布。矩阵 $\mathbf{H}_\Omega = \mathbf{\Omega} \circ \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 表示子采样估计信道矩阵, 包含 T 个与矩阵 $\mathbf{\Omega}$ 具有相同图样的非零项。

显然式(7)的优化问题是一个双目标凸问题, 因此可以利用参考文献[7]提出的 ADMM 技术有效寻找全局最优解。首先引入两个辅助矩阵变量 $\mathbf{Y} = \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 和 $\mathbf{C} = \mathbf{Y} - \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 以制定有针对性的优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{H}, \mathbf{S}} \tau_H \|\mathbf{H}\|_* + \tau_S \|\mathbf{S}\|_1 + \|\mathbf{C}\|_F^2 / 2 + \\ \|\mathbf{\Omega} \circ \mathbf{Y} - \mathbf{H}_\Omega\|_F^2 / 2 \\ \text{ s.t. } \mathbf{H} = \mathbf{Y} \text{ 和 } \mathbf{C} = \mathbf{Y} - \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H \end{aligned} \quad (8)$$

其中, 式(8)的第三项和第四项将问题制定过程中 $\mathbf{H}_\Omega$ 可能引进的噪声也考虑在内。尽管式(8)相较于式(7)更加复杂, 但其具有变量的可分离块, 从而满足 ADMM 的使用条件。此时式(8)相应的增广拉格朗日函数为:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{H}, \mathbf{Y}, \mathbf{S}, \mathbf{C}, \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2) = \tau_H \|\mathbf{H}\|_* + \tau_S \|\mathbf{S}\|_1 + \\ \|\mathbf{C}\|_F^2 / 2 + \|\mathbf{\Omega} \circ \mathbf{Y} - \mathbf{H}_\Omega\|_F^2 / 2 + \\ \text{tr}(\mathbf{Z}_1^H (\mathbf{H} - \mathbf{Y})) + \rho / 2 \|\mathbf{H} - \mathbf{Y}\|_F^2 + \\ \text{tr}(\mathbf{Z}_2^H (\mathbf{Y} - \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H - \mathbf{C})) + \rho / 2 \|\mathbf{Y} - \\ \mathbf{D}_R \mathbf{S} \mathbf{D}_T^H - \mathbf{C}\|_F^2 \end{aligned} \quad (9)$$



其中, $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2 \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ 是根据式(8)的约束添加的拉格朗日乘子, ρ 是 ADMM 的步长。

采用与参考文献[6]相似的推导过程, 首先初始化如下:

$$\mathbf{H}^{(0)} = \mathbf{S}^{(0)} = \mathbf{C}^{(0)} = \mathbf{Z}_1^{(0)} = \mathbf{Z}_2^{(0)} = \mathbf{0} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T} \quad (10)$$

算法的第 l 次 ($l=0, 1, \dots$) 迭代为:

$$\mathbf{H}^{(l+1)} = \mathbf{U} \text{diag}(\{\text{sign}(\zeta_i) \max(\zeta_i, 0)\}_{1 \leq i \leq r}) \mathbf{V}^H \quad (11)$$

其中, $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_R \times r}$ 和 $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_T \times r}$ 分别是矩阵 $\mathbf{Y}^{(l)} - \mathbf{Z}_1^{(l)} / \rho$ 的左右奇异向量矩阵, $\zeta_i = \sigma_i - \tau / \rho$, σ_i 表示 r 个奇异值中的第 i 个。令 $\mathbf{B} = \mathbf{D}_r^* \otimes \mathbf{D}_r \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times N_R N_T}$, $\mathbf{A} = \sum_{i=1}^{N_R} \text{diag}([\boldsymbol{\Omega}]_i)^T \otimes \mathbf{E}_{ii} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times N_R N_T}$, 其中 $[\boldsymbol{\Omega}]_i$ 表示矩阵 $\boldsymbol{\Omega}$ 的第 i 行, $\mathbf{E}_{ii} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_R}$ 表示一个全零矩阵仅在第 (i, i) 项插入一个单位值, 则有:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{(l+1)} &= (\mathbf{A}^H \mathbf{A} + 2\rho \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{z}_1^{(l)} + \rho \mathbf{h}^{(l)} + \\ &\mathbf{A}^H \mathbf{h}_a^{(l)} + \mathbf{z}_2^{(l)} + \rho \mathbf{c}^{(l)} + \rho \mathbf{B} \mathbf{s}^{(l)}) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{Y}^{(l+1)} = \text{unvec}(\mathbf{y}^{(l+1)}) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{z}_1^{(l)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$, $\mathbf{z}_2^{(l)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$, $\mathbf{h}^{(l)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$, $\mathbf{h}_a^{(l)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$, $\mathbf{c}^{(l)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$, $\mathbf{s}^{(l)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$ 分别是矩阵 $\mathbf{Z}_1^{(l)}$, $\mathbf{Z}_2^{(l)}$, $\mathbf{H}^{(l)}$, $\mathbf{H}_a^{(l)}$, $\mathbf{C}^{(l)}$, $\mathbf{S}^{(l)}$ 的向量化。此外有:

$$\mathbf{V}^{(l+1)} = \mathbf{D}_R^H (\mathbf{Z}_2^{(l)} / \rho - \mathbf{C}^{(l)} + \mathbf{Y}^{(l)}) \mathbf{D}_T \quad (14)$$

令 $\mathbf{v}^{(l+1)} \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1}$ 为 $\mathbf{V}^{(l+1)}$ 的向量化, 则有:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(l+1)} &= \text{sign}(\text{Re}(\mathbf{v}^{(l+1)})) \circ \max(|\text{Re}(\mathbf{v}^{(l+1)})| - \tau_s / \rho, 0) + \\ &\text{sign}(\text{Im}(\mathbf{v}^{(l+1)})) \circ \max(|\text{Im}(\mathbf{v}^{(l+1)})| - \tau_s / \rho, 0) \in \mathbb{C}^{N_R N_T \times 1} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{S}^{(l+1)} = \text{unvec}(\mathbf{s}^{(l+1)}) \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T} \quad (16)$$

此时, 辅助变量矩阵 $\mathbf{C}$ 为:

$$\mathbf{C}^{(l+1)} = \frac{\rho}{\rho+1} (\mathbf{Y}^{(l+1)} - \mathbf{D}_R \mathbf{S}^{(l+1)} \mathbf{D}_T^H + \frac{1}{\rho} \mathbf{Z}_2^{(l)}) \quad (17)$$

最后, 相应的拉格朗日乘子 $\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_2$ 更新如下:

$$\mathbf{Z}_1^{(l+1)} = \mathbf{Z}_1^{(l)} + \rho (\boldsymbol{\Omega} \circ \mathbf{Y}^{(l+1)} - \mathbf{H}_a) \quad (18)$$

$$\mathbf{Z}_2^{(l+1)} = \mathbf{Z}_2^{(l)} + \rho (\mathbf{Y}^{(l+1)} - \mathbf{D}_R \mathbf{S}^{(l+1)} \mathbf{D}_T^H - \mathbf{C}^{(l+1)}) \quad (19)$$

观察式(11)~式(19)可以发现, 基于 ADMM 的信道估计方案的计算复杂度依赖于发送端和接收端的天线数量 N_T 和 N_R 。其中计算最费力的步骤是式(11), 总体上对于一个维度为 $N_R \times N_T$ 矩阵, 所需计算复杂度为 $O(N_R^2 N_T)$, 显然当 N_T 和 N_R 较大时, 是难以容忍的。

3.2 提出的方案

针对基于 ADMM 的方案式(11)需要进行奇异值阈值操作复杂度较高的问题, 提出的方案使用参考文献[10]提出的 FRSVT 方法进行改进。其关键是从压缩矩阵提取一个近似基, 再利用给定的基从小的分解矩阵计算原始矩阵的部分奇异值。

对于矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, 首先定义奇异值阈值操作为:

$$\mathbf{X}^* = \text{SVT}_\tau(\mathbf{A}) = \mathbf{U}_A \mathbf{S} \mathbf{S}_\tau(\boldsymbol{\Sigma}_A) \mathbf{V}_A^H \in \mathbb{C}^{m \times n} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{S} \mathbf{S}_\tau(\mathbf{x}) = \text{sign}(\mathbf{x}) \cdot \max(|\mathbf{x}| - \tau, 0)$ 是软阈值操作, $\mathbf{A}$ 的奇异值分解是 $\mathbf{U}_A \boldsymbol{\Sigma}_A \mathbf{V}_A^H$ 。令 $\mathbf{A} = \mathbf{Q} \mathbf{B} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, 且当 $m = n$, $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ 是一个标准正交矩阵时, 利用范数的酉不变性, 可以得到:

$$\text{SVT}_\tau(\mathbf{A}) = \mathbf{Q} \text{SVT}_\tau(\mathbf{B}) \quad (21)$$

通过计算一个更小矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ 的奇异值阈值可以避免直接计算矩阵 $\mathbf{A}$ 奇异值分解的高昂复杂度。给定一个秩为 k 的矩阵 $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{m \times k}$ 来最佳近似 $\mathbf{A}$, 当 $k \ll n$ 时, 相应的计算速度可以显著提高。基于 FRSVT 的方法主要分为两步: 估计一个标准正交列矩阵 $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{m \times k}$; 计算矩阵 $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{k \times k}$ 的奇异值分解。

定义极分解: 令 $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, $m \geq n$, 若 $\text{rank}(\mathbf{X}) = n$, 对于唯一确定的矩阵 $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{m \times n}$, 有 $\mathbf{W}^H \mathbf{W} = \mathbf{I}_n$, 且存在唯一确定的埃尔米特正定矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 满足:

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} \mathbf{P} \quad (22)$$

针对毫米波信道的固有特性, 对 FRSVT 算法进行优化从而进一步降低计算复杂度。首先, 对

于秩为 k 的矩阵 $\mathbf{Q}$, 令 $l=k+p$ 表示预测的秩, r 表示 $\text{SVT}_r(\mathbf{A})$ 的估计秩, 且参数 $s=\min(l,r)$ 。步骤 1 选择子采样哈达玛变换随机矩阵, 相较于高斯随机矩阵, 其是能够通过有效计算方式获得的结构化子采样随机矩阵。步骤 2 生成采样矩阵 $\mathbf{Y}=\mathbf{A}\mathbf{\Omega}\in\mathbb{C}^{m\times l}$ 。步骤 3 利用参考文献[14]提到的列主元 QR 分解 (QR decomposition with column pivoting, QR-CP) 对 $\mathbf{Y}$ 估计 $\mathbf{Q}$ 的占优的基和秩。随后在步骤 4 中利用幂迭代 $\mathbf{Y}=(\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^\eta\mathbf{A}\mathbf{\Omega}\in\mathbb{C}^{m\times l}$ 提高对于标准正交列矩阵 $\mathbf{Q}$ 的估计精度, 其中, $\eta=2$ 即可取得优越性能。步骤 5~步骤 7 分别执行 QR 分解、极分解和特征分解。最后步骤 8 利用上述结果计算矩阵 $\mathbf{A}$ 的奇异值阈值。详细流程如算法 1 所示。

算法 1 优化的 FRSVT 方法

输入 $\mathbf{A}\in\mathbb{C}^{m\times n}$, $\tau>0$, $l=k+p>0$, $s>0$

步骤 1 子采样哈达玛变换随机矩阵 $\mathbf{\Omega}\in\mathbb{C}^{n\times l}$

步骤 2 $\mathbf{Y}=\mathbf{A}\mathbf{\Omega}\in\mathbb{C}^{m\times l}$

步骤 3 $\mathbf{Q}=\text{QR-CP}(\mathbf{Y})\in\mathbb{C}^{m\times s}$

for iter=1: η

步骤 4 $\mathbf{Q}=\text{QR}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H\mathbf{Q})\in\mathbb{C}^{m\times s}$

end

步骤 5 $[\mathbf{H},\mathbf{C}]=\text{QR}(\mathbf{A}^T\mathbf{Q})$

步骤 6 $[\mathbf{W},\mathbf{P}]=\text{极分解}(\mathbf{C})$

步骤 7 $[\mathbf{V},\mathbf{D}]=\text{特征分解}(\mathbf{P})$

步骤 8 $\text{SVT}_r(\mathbf{A})=(\mathbf{Q}\mathbf{V})\text{SS}_r(\mathbf{D})(\mathbf{H}\mathbf{W}\mathbf{W}^H)^H\in\mathbb{C}^{m\times n}$

输出 $\text{SVT}_r(\mathbf{A})$

3.3 复杂度分析

为衡量毫米波大规模多入多出系统信道估计算法的性能, 需要考虑计算复杂度。首先, 步骤 2 采用子采样哈达玛变换随机矩阵, 相较于典型的稠密高斯随机矩阵, 通过有效计算方法, 其复杂度由 $O(mn)$ 降为 $O(mn\log l)$ 。此外, 步骤 4 由于采用幂迭代, 共需执行 $\eta=2$ 次。算法 1 逐步的计算复杂度见表 1。

表 1 算法 1 的计算复杂度

操作	复杂度
步骤 2 $\mathbf{Y}=\mathbf{A}\mathbf{\Omega}\in\mathbb{C}^{m\times l}$	$O(mn\log l)$
步骤 3 $\mathbf{Q}=\text{QR_CP}(\mathbf{Y})\in\mathbb{C}^{m\times s}$	$O(ms^2)$
步骤 4 $\mathbf{Q}=\text{QR}(\mathbf{A}\mathbf{A}^H\mathbf{Q})\in\mathbb{C}^{m\times s}$	$O(ms^2)+O(mns)$
步骤 5 $[\mathbf{H},\mathbf{C}]=\text{QR}(\mathbf{A}^T\mathbf{Q})$	$O(ms^2)+O(ns^2)$
步骤 6、7 计算极分解和特征分解	$O(s^3)$
步骤 8 计算 $\text{SVT}_r(\mathbf{A})$	$O(mns)$
总体	$O(mn\log l)+O(mns)\times(\eta+1)$

对于矩阵 $\mathbf{H}\in\mathbb{C}^{N_R\times N_T}$, 由表 1 可知基于优化 FRSVT 的方法将计算式 (11) 所需的总体计算复杂度由 $O(N_R^2N_T)$ 降低为 $O(N_RN_T\log l)+O(N_RN_Ts)\times(\eta+1)$ 。采用合理的参数设置, 即 $N_R=N_T=64$ 、 $l=6$ 、 $s=3$ 、 $\eta=2$, 则此时相应的复杂度降低为 $\log l+s\times(\eta+1)$: $N_R=18.1\%$ 。显然通过使用优化的 FRSVT 方法, 提出的方案将基于 ADMM 的方案计算复杂度最高的式 (11) 复杂度降低一个数量级, 其可显著加快计算速度。

4 仿真结果

为验证提出的信道估计方案在毫米波大规模多入多出信道下的性能, 在 MATLAB 平台进行仿真。考虑一个大规模多入多出系统, 其在收发双端配置均匀天线阵列且天线数 $N_R=N_T=64$, 执行在 90 GHz 毫米波信道。

采用基于正交匹配追踪^[4]的方案, 基于 TSSR^[5]的方案和基于 ADMM 的方案^[6]作为基准。设置最大迭代次数 $I_{\max}=100$, 其足够保证上述方案和提出的方案收敛。对于基于正交匹配追踪的方案, 设置稀疏度为 $2N_p$, 其中 N_p 表示有效路径数。针对基于 ADMM 的方案和提出的方案, 考虑 $\tau_H=\rho\|\mathbf{H}_D\|_F$, 其中 $\rho=0.005$, 以及 $\tau_s=0.1/(1-10\log(\sigma_n^2))$, σ_n^2 是噪声方差。此外, 对于提出的方案, 设置 $l=6$ 、 $s=r=3$ 、 $\eta=2$ 。

通过对比归一化均方误差 (normalized mean



square error, NMSE) 和可达频谱效率 (achievable spectral efficiency, ASE) 的性能来比较上述信道状态信息估计技术。采用 $\hat{\mathbf{H}}$ 表示对于真实信道矩阵 $\mathbf{H}$ 的估计, 最大迭代次数表示为 $I_{\max}$, 则 $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H}^{(I_{\max})}$, 归一化均方误差可以表示如下:

$$\text{NMSE} = E\{\|\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}\|_{\text{F}}^2 / \|\mathbf{H}\|_{\text{F}}^2\} \quad (23)$$

图 1 为当路径数 $N_p = 2$, 训练长度 $T = 400$ 时, 不同传输信噪比下的归一化均方误差性能对比。可以观察到, 基于正交匹配追踪的方案由于到达角的离散化误差, 其性能并没有随着信噪比的增加而改善。考虑到基于 TSSR 的方案连续应用奇异值阈值和向量近似信息传递技术, 而基于向量近似信息传递在 T 较小时无法较好捕获稀疏信道的统计特性, 故从图 2 中可见基于 TSSR 的方案不能恢复信道, 其估计性能甚至不如基于正交匹配追踪的方案。此外, 对于基于 ADMM 的方案和提出的方案, 由于其采用不同的训练过程, 使用较少的阵列增益, 所以对于 $\mathbf{H}_a$ 的估计在总体上会含有更多噪声。在信噪比较低时, 即可取得较好的估计性能, 随着信噪比的进一步提升, 此时由于 $\mathbf{H}_a$ 的不完全观察所引入的噪声占到主导作用, 故 NMSE 性能不再提升。值得指出的是, 提出的方案通过使用 FRSVT 方法, 近似一个标准正交列矩阵, 并对相应的满秩核矩阵执行奇异值阈值, 则此时所有奇异值均大于阈值 τ , 且所设阈值大于噪声对应的奇异值幅值。故提出的方案在抵抗

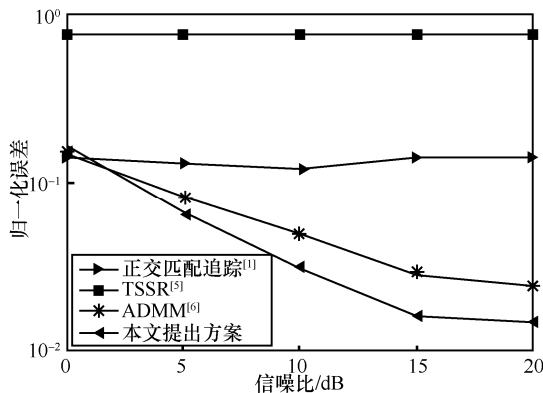


图 1 不同传输信噪比下的归一化均方误差性能对比

噪声影响的同时可以保留尽可能多的信息, 在使用较少训练符号的同时, 可以取得优于上述基准方案的信道估计性能。

基于式 (23), 可以计算 ASE 的下界如下:

$$\text{ASE} = E\{\ln \det(I_{N_R} + (N_R N_T (\sigma_n^2 + \text{NMSE}))^{-1} \mathbf{H} \mathbf{H}^H)\} \quad (24)$$

其中, $\det(\cdot)$ 表示计算矩阵的行列式。

图 2 为参数设置与图 1 相同时, 不同传输信噪比与 ASE 的对比。使用完美信道状态信息的曲线作为性能上界, 观察式 (24) 可知, ASE 的性能与归一化均方误差有关, 归一化均方误差越低, 相应的 ASE 就越高。又由图 1 可知, 提出的方案在低信噪比区域 (0~2 dB), 归一化均方误差曲线与基于正交匹配追踪以及基于 ADMM 的方案重合, 在信噪比足够高的区域 (2 dB 以上), 提出的方案的曲线均低于上述所有方案。故在图 2 中本文提出的方案的 ASE 性能优于上述所有方案, 且可以观察到本文提出的方案取得接近于完美信道状态信息的曲线, 说明本文提出的方案能够有效估计信道。

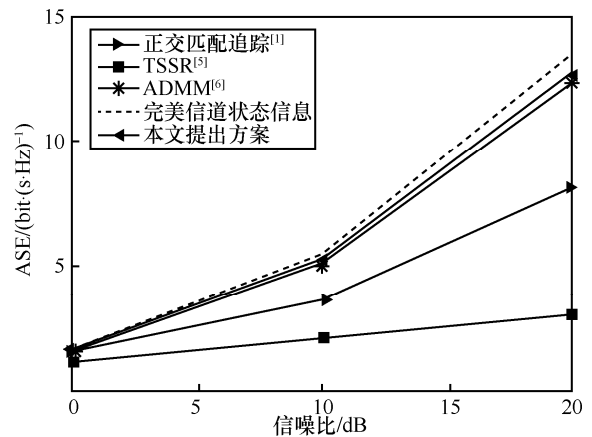


图 2 不同传输信噪比下的 ASE 的对比

图 3 为训练长度 $T = 800$, 其他仿真参数设置与图 1 相同时, 不同传输信噪比下的归一化均方误差性能对比。可以观察到, 由于训练长度仍未达到基于正交匹配追踪方案和基于 TSSR 方案所需的稀疏

度, 其在整个信噪比区域仍然无法较好地恢复信道。不同于 $T=400$ 的情况, 提出的方案相较于基于 ADMM 的方案缺乏阵列增益, 故基于 ADMM 的方案在 0~7 dB 的信噪比范围可取得不低于本文提出的方案 ($\eta=2, 3$) 的归一化均方误差性能。且随着传输信噪比的增加, 与图 1 相似, 本文提出的方案可以取得明显优于对比方案的信道估计性能。

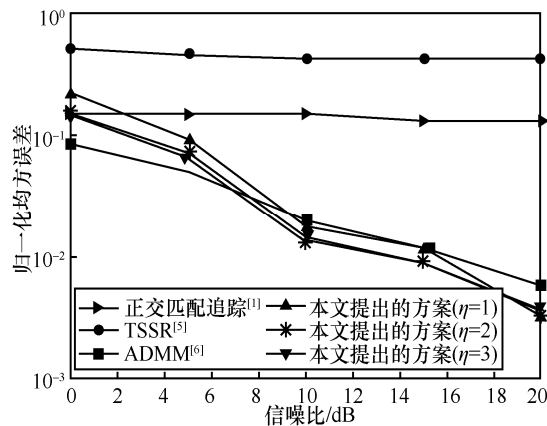


图3 不同传输信噪比下的归一化均方误差性能对比

此外, 针对算法1中步骤4的幂迭代次数 η , 其会影响 FRSVT 估计标准正交列矩阵 $\mathbf{Q}$ 的精度, 即幂迭代次数 η 越大, 相应的估计精度越高。对于提出的方案从图 3 中可以观察到, 当 $\eta=1$ 时: 在 0~10 dB 的信噪比范围, 均一化均方误差曲线高于基于 ADMM 的方案; 在 10~15 dB 信噪比区域, 曲线与基于 ADMM 方案重合; 而随着信噪比的进一步增加 (18~20 dB), 其能接近 $\eta=2$ 时本文提出方案的归一化均方误差性能。同时, 在整个信噪比区域, $\eta=2$ 与 $\eta=3$ 时本文提出方案的归一化均方误差性能曲线非常接近, 又因为本文提出方案的复杂度与幂迭代次数 η 成正比, 故选择 $\eta=2$ 即可取得令人满意的信道估计性能。

5 结束语

本文提出了一种用于毫米波大规模多入多

出系统的低复杂度信道估计算法。其主要思想是使用矩阵完备技术和较少的训练符号, 恢复不完全观察的信道矩阵。同时针对计算复杂度最高的步骤采用优化的 FRSVT 方法将相应的计算复杂度降低一个数量级, 并显著降低总体计算复杂度, 且其对于毫米波大规模多入多出系统效果更加明显。

参考文献:

- [1] 林泓池, 孙文彬, 郭继冲, 等. 5G 先进技术研究进展[J]. 电信科学, 2018, 34(8): 34-45.
LIN H C, SUN W B, GUO J C, et al. Research progress of 5G advanced technologies[J]. Telecommunication Science, 2018, 34(8): 34-45.
- [2] 申敏, 徐浩, 何云, 等. 毫米波 MIMO 系统中迭代最小均方误差混合波束成形算法[J]. 电信科学, 2017, 33(8): 77-84.
SHEN M, XU H, HE Y, et al. Alternating minimum mean square error hybrid beamforming algorithm in mmWave MIMO system[J]. Telecommunication Science, 2017, 33(8): 77-84.
- [3] HEATH R, GONZALEZ-PRELCIC N, ROH W, et al. An overview of signal processing techniques for millimeter wave MIMO systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2016, 10(3): 436-453.
- [4] MENDEZ-RIAL R, RUSU C, GONZALEZ-PRELCIC N, et al. Hybrid MIMO architectures for millimeter wave communications: phase shifters or switches[J]. IEEE Access, 2016, 4(3): 247-267.
- [5] LI X, FANG J, LI H, et al. Millimeter wave channel estimation via exploiting joint sparse and low-rank structures[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(2): 1123-1133.
- [6] VLACHOS E, ALEXANDROPOULOS G, THOMPSON J. Massive MIMO channel estimation for millimeter wave systems via matrix completion[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2018, 25(11): 1675-1679.
- [7] BOYD S, PARIKH N, PELEATO E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations and Trends in Machine Learning, 2011, 3(1): 1-122.
- [8] CAI J, CANDLES E, SHEN Z. A singular value thresholding algorithm for matrix completion[J]. SIAM Journal on Optimization, 2010, 20(4): 1956-1982.
- [9] MU Y, DONG J, YUAN X, et al. Accelerated low-rank visual



- recovery by random projection[C]//Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Press, 2011: 2609-2616.
- [10] OH T, MATSUSHITA Y, TAI Y, et al. Fast randomized singular value thresholding for low-rank optimization[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2018, 40(2): 376-391.
- [11] ALKHATEEB A, AYACH O, LEUS G, et al. Channel estimation and hybrid precoding for millimeter wave cellular systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 831-846.
- [12] KIM T, LOVE D. Virtual AoA and AoD estimation for sparse millimeter wave MIMO channels[C]//Proceedings of IEEE 16th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Piscataway: IEEE Press, 2015: 146-150.
- [13] LU J, LIANG G, SUN J, et al. A sparse interactive model for matrix completion with side information[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2016(29): 4071.
- [14] YEN J, WANG L. Simplifying fuzzy rule-based models using orthogonal transformation methods[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part B: Cybernetics, 1999, 29(1): 13-24.

[作者简介]



邱佳锋（1995—），男，杭州电子科技大学通信工程学院硕士生，主要研究方向为毫米波大规模 MIMO 系统信道估计。